Universidad Nacional Abierta

Lapso 2004-1

Centro Local Metropolitano

Sede (11:00 –2:00 p.m.)

MODELO DE RESPUESTAS

MATEMÁTICA I

Cod. 176

PRIMERA PRUEBA INTEGRAL

OBJ. 1 PTA. 1

Calcula el valor de la variable x, en la siguiente expresión:

$$\frac{1/2}{x+1}=\frac{3}{x-(1/2)},$$

Solución.-

$$\frac{1/2}{x+1}=\frac{3}{x-(1/2)}\Rightarrow\quad (x-\frac{1}{2})\frac{1}{2}=3(x+1)\Rightarrow$$

$$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=3x+3\quad\Rightarrow\quad\frac{x}{2}-3x=3+\frac{1}{4}\quad\Rightarrow\quad-\frac{5}{2}x=\frac{13}{4}$$

$$\Rightarrow\quad x=-\frac{13}{4}\times\frac{2}{5}\quad\Rightarrow\quad x=-\frac{13}{10}\ \blacklozenge$$

OBJ. 2 PTA. 2

Verifique si se cumple la siguiente igualdad:

$$\left(\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{5}\right)\left(\sqrt[3]{36}-\left(\sqrt[3]{6}\right)\left(\sqrt[3]{5}\right)+\sqrt[3]{25}\right)=11.$$

Solución.-

$$\left(\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{5}\right)\left(\sqrt[3]{36}-\left(\sqrt[3]{6}\right)\left(\sqrt[3]{5}\right)+\sqrt[3]{25}\right)=$$

$$\left(\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{5}\right)\left(\sqrt[3]{36}-\sqrt[3]{30}+\sqrt[3]{25}\right)\qquad=$$

$$\sqrt[3]{216}-\sqrt[3]{180}+\sqrt[3]{150}+\sqrt[3]{180}-\sqrt[3]{150}+\sqrt[3]{125}=$$

$$=\sqrt[3]{216}+\sqrt[3]{125}=6+5=11$$

OBJ 3 PTA 3

Determine la intersección de los conjuntos:

A = { x∈ **IR** / $\left|\frac{1}{5}x - \frac{1}{5}\right| < 1$} y el conjunto de los números naturales **N**

Solución.-

El conjunto de números reales que satisface que $\left|\frac{1}{5}x - \frac{1}{5}\right| < 1$ se obtiene resolviendo la inecuación. En efecto:

$$\left|\frac{1}{5}x - \frac{1}{5}\right| < 1 \quad \Leftrightarrow \quad -1 < \frac{1}{5}x - \frac{1}{5} < 1 \quad \Leftrightarrow$$

$$-1 + \frac{1}{5} < \frac{1}{5}x < 1 + \frac{1}{5} \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{4}{5} < \frac{1}{5}x < \frac{6}{5} \quad \Leftrightarrow -4 < x < 6.$$

Por lo tanto A = { x∈ **IR** / –4 < x < 6 }. Luego

A ∩ **N** ={ x∈ **IR** / –4 < x < 6 } ∩ **N** = { 0, 1, 2, 3, 4, 5 }.

OBJ 4 PTA 4

Si las coordenadas del punto medio entre los puntos (1,9) y (x,y) son (3,2). Halla las coordenadas del punto (x,y).

Solución.-

La fórmula dada en la página 48 del Módulo II del texto, para hallar las coordenadas del punto medio del segmento de extremos P_1 (x_1 , y_1) y P_2 (x_2 , y_2) es:

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right).$$

En nuestro caso tenemos que:

$$\left(\frac{x + 3}{2}, \frac{y + 2}{2}\right) = (1,9),$$

de donde se tiene :

$$\frac{x+3}{2} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{y+2}{2} = 9.$$

Por lo tanto,

$$x + 3 = 2 \quad \text{e} \quad y + 2 = 18.$$

En conclusión las coordenadas del punto (x,y) son: x = –1 e y = 16, es decir (x,y) = (–1,16).

OBJ 5 PTA 5

Determine el dominio de la función dada por $y = \dfrac{\sqrt{x-6}}{x+4}$

Solución.-

Para hallar el dominio de la función dada se debe cumplir que:

$$x - 6 \geq 0 \ \text{ y } \ x + 4 \neq 0.$$

Para determinar los números reales que satisfacen las inecuaciones observamos que:

$$x - 6 \geq 0 \ \text{ y } \ x + 4 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad x \geq 6 \ \text{ y } \ x \neq -4 \quad \Rightarrow \quad x \in [6, +\infty)$$

Es decir, $Domf = [6, +\infty)$.

Obj. 6 Pta. 6

Sean f, g: {0, ∞) → **IR** las funciones definidas por:

$$f(x) = x^2 + 3x + 4; \ \ g(x) = -5x + 84.$$

Entonces si p∈ [0, ∞) y verifica (f – g) (p) = 4, determina el valor de p.

Solución.-

Por propiedad de la suma de funciones se tiene:

$$(f - g) (x) = f(x) - g(x).$$

Luego,

$$(f - g) (x) = x^2 + 3x + 4 - (-5x + 84) = x^2 + 8x - 80.$$

Por lo tanto,

$(f - g) (p) = p^2 + 8p - 80 = 4$, de donde $p^2 + 8p - 84 = 0$.

Luego,

$$p = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 336}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{400}}{2} = \frac{-8 \pm 20}{2}.$$

Entonces los valores de p son $p_1 = -14$ o $p = 6$. Pero $p \in [0, +\infty)$. Por lo tanto $p = 6$ es la solución al problema.

OBJ 7 PTA 7

En una encuesta realizada en la Universidad Nacional Abierta a 10 estudiantes del quinto semestre, se les preguntó cuántas horas le dedicaron al estudio de la asignatura Matemática I, antes de cada examen parcial; los datos, en horas, obtenidos fueron:

15, 25, 18, 57, 31, 43, 22, 65, 20, 17.

Dibuja estos datos en un segmento de recta de longitud 15 cm, usando la escala logarítmica.

Solución.-

Ver ejemplo 6.5.1 en las páginas 207-208, del Módulo II del texto.

OBJ. 8 PTA. 8

Calcular el limite de la sucesión de término general:

$$a_n = \frac{n - 5n^3}{4n^2 + 6n^3}.$$

Solución.-

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n - 5n^3}{4n^2 + 6n^3} = \lim_{n \to +\infty} \frac{n\left(1 - 5n^2\right)}{n\left(4n + 6n^2\right)} = \lim_{n \to +\infty} \frac{1 - 5n^2}{4n + 6n^2}.$$

Dividimos entre n^2 tanto el numerador como denominador de la fracción del límite que obtuvimos y resulta:

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{n - 5n^3}{4n^2 + 6n^3} = \lim_{n \to +\infty} \frac{\dfrac{1 - 5n^2}{n^2}}{\dfrac{4n + 6n^2}{n^2}}$$

$$= \lim_{n \to +\infty} \frac{\dfrac{1}{n^2} - 5}{\dfrac{4}{n} + 6} = \frac{0 - 5}{0 + 6} = -\frac{5}{6}.$$

OBJ 9 PTA 9

Haz la representación gráfica de la función dada por :

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{9}{4}x - 1 & \text{si} \quad x \le -1 \\ -2x - \dfrac{3}{4} & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$$

y determina usando la definición de continuidad, si ella es continua en el intervalo cerrado $[-3, 2]$.

Solución.-
Ver solución al ejercicio propuesto 9.2.1.a) en la página 178 del Módulo III del texto.

OBJ 10 PTA 10
Un determinado bien opera en un mercado de competencia con una ecuación de demanda y una de oferta respectivamente dadas por:

$$\boldsymbol{Q} = 130000 - 3000\boldsymbol{P} \quad ; \quad \boldsymbol{S} = 30000\boldsymbol{P}.$$

El estado decide cobrar un impuesto sobre las ventas de Bs. 300 por unidad vendida Determinar el nuevo precio de equilibrio del bien.

Solución.-
El punto de equilibrio del bien antes del estado cobrar el impuesto se obtiene de la ecuación:

$$140000 - 5000\boldsymbol{P} = 15000\boldsymbol{P} \,,$$

cuya solución es $P = 7$ y por lo tanto $\boldsymbol{S} = 210000$. Luego el punto de equilibrio era (210000, 7).
La aplicación del decreto gubernamental de cobrar Bs. 300 sobre las ventas, incide sobre la curva de la oferta. Así que para obtener la nueva ecuación de la oferta tenemos que antes del decreto se tenían en el mercado S unidades del bien a un precio unitario ***P’***; relacionados por la ecuación $\boldsymbol{P'} = \dfrac{\boldsymbol{S}}{\mathbf{30000}}$.
Después del decreto se tienen la mismas ***S*** unidades pero a un precio unitario $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P'} + 300$, es decir, $\boldsymbol{P} = \dfrac{\boldsymbol{S}}{\mathbf{30000}} + 300$, de donde $\boldsymbol{S} = 30000\boldsymbol{P} + 9000000$.
Así el nuevo precio de equilibrio se obtiene resolviendo la ecuación:

$$140000 - 5000\boldsymbol{P} = 30000\boldsymbol{P} + 9000000$$

de donde resulta $35000\boldsymbol{P} = 8860000$, de donde $\boldsymbol{P} = 2531{,}143$.

OBJ 11 PTA 11
Una compañía produce dos tipos de teléfonos: digitales y analógicos. Si “x” representa la cantidad producida de teléfonos digitales e “y” representa la cantidad producida de teléfonos analógicos, la ecuación de transformación correspondiente es: $y^2 + x + 4y - 20 = 0$, para $x \geq 0$, $y \geq 0$.
Calcula la cantidad máxima de producción de teléfonos digitales.

Solución.-
Ver páginas 92 y 93 del Módulo IV (176) del texto.

FIN DEL MODELO